3) M. E. Fisher, J. Math. Phys. 2 (1961), 620.
4) Y. Kasai （PTP投稿中）
5) J. W. Essam and M. F. Sykes, J. Math. Phys. 7 (1966), 1573.

ランダム系の裏格子

東工大　　小口武彦・上野陽太郎

① square lattice

2種類の ferro exchange J_A , J_B （濃度は c_A, c_B ）をもつquenched bond model で，bond configuration を α とし，J_A, J_B bond に直交する裏格子の bond を J_A^* , J_B^* とすると，裏格子の bond configuration α^* は一義的に決まる。表，裏両格子の状態和は

$$\frac{Z(K_A, K_B, c_A, c_B, \alpha)}{(\mathrm{sh}\,2K_A)^{Nc_A/2}(\mathrm{sh}\,2K_B)^{Nc_B/2}} = \frac{Z(K_A^*, K_B^*, c_A, c_B, \alpha^*)}{(\mathrm{sh}\,2K_A^*)^{Nc_A/2}(\mathrm{sh}\,2K_B^*)^{Nc_B/2}} \tag{1}$$

$$\mathrm{th}\,K_A = c^{-2K_A^*} \quad , \quad \mathrm{th}\,K_B = e^{-2K_B^*}$$
$$K_i = J_i/2kT \quad , K_i^* = J_i^*/2kT^* \quad (i = A, B) \tag{2}$$

$J_A^* = J_B$, $J_B^* = J_A$ とおくと，(2)の両式は

$$\mathrm{th}\,\frac{J_A}{2kT} = e^{-J_B/kT^*} \tag{3}$$

という1つの式になる。裏格子では J_A, J_B が交換することになるが，$c_A = c_B = 1/2$ のときは，(1)の両辺は全く同じ関数になる。T_c は1つと仮定すると，(3)で $T = T^* = T_c$ が厳密解である。この T_c は annealed system の T_c とも一致する。これは T_c 付近では両者とも random configurations が圧倒的な寄与があるからと思われる。縦方向が J_A ，横方向が J_B の体系の Onsager の解を1例として含む。

c_A が任意の場合の T_c の近似式は

$$c_A \,\mathrm{th}K_A + c_B \,\mathrm{th}K_B = c_A e^{-2K_A} + c_B e^{-2K_B} \quad (\mathrm{at}\ T_c) \tag{4}$$

となる。これは $c_A = 0$, 1/2, 1 のときは厳密解と一致する（図１）。

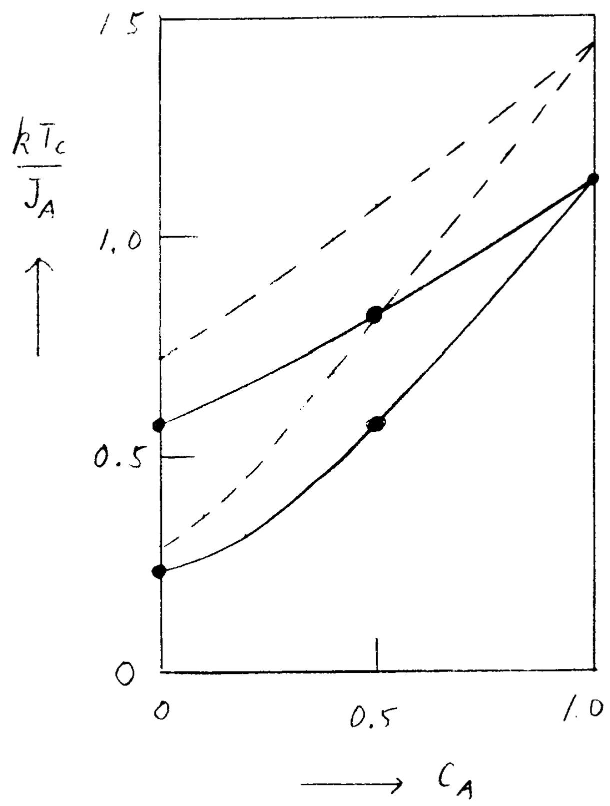

図 1.　square lattice

実線は(3)式，破線は Bethe 近似，●印は厳密解，
上（下）の曲線は $J_B/J_A = 0.5\,(0.2)$

$J_B = 0$ の場合の critical concentration は厳密に 0.5 と求まる。

② honeycomb lattice

(4)と同じ近似で求めた T_c の結果のみを図２に示す。

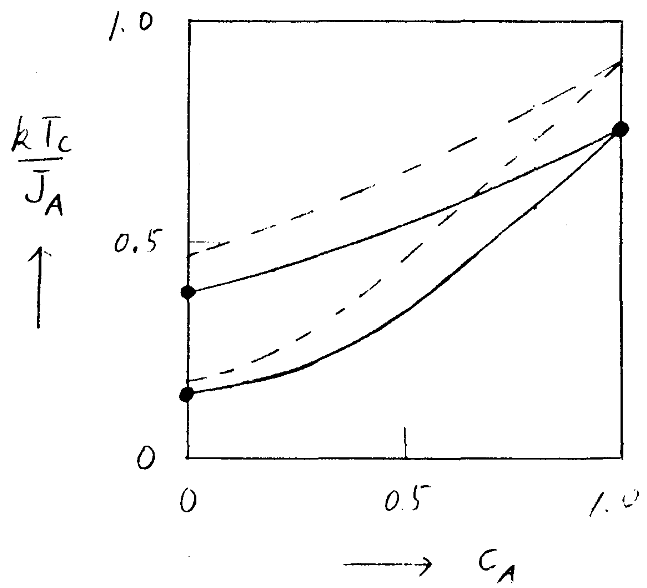

図 2.　honeycomb lattice
実線は(3)式，破線は Bethe 近似，●印は
厳密解，上（下）の曲線は $J_B/J_A = 0.5(0.2)$

③　4体力 (pure system)

square lattice の各辺の中央に Ising spin をおき，四辺形上の4個の spin が $-(J/2)\sigma_i\sigma_j\sigma_k\sigma_l$ ($\sigma = \pm 1$) の4体相互作用をする体系は ordered phase がない（他の二次元格子も同様）。これを simple cubic lattice に拡張すると，状態和は body centered sites で作られた simple cubic lattice（これが裏格子）の2体力の Ising model の状態を用いて表わすことができる。したがって前者のランダム系は，後者の random 系で計算される。